

Решения задач к олимпиаде «ЭлТех- 2015»

1. ЗАДАНИЕ №1 (5 баллов)

Как изменится сила тока, протекающая по проводнику, если его диаметр уменьшить в 2 раза? Поясните свой ответ.

Решение.

Сопротивление проводника зависит от его диаметра: $R = \frac{\rho l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$, т.к.

$$S = \frac{\pi d^2}{4}.$$

В соответствии с законом Ома ток проводника первоначального диаметра равен

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{U S_1}{\rho l} = \frac{U \pi d_1^2}{4\rho l}.$$

Так как диаметр уменьшили в 2 раза, следовательно, площадь поперечного

сечения стала равна $S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}{4} = \frac{\pi d_1^2}{16}$.

Ток после уменьшения диаметра $I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{U S_2}{\rho l} = \frac{U \pi d_2^2}{4\rho l} = \frac{U \pi d_1^2}{16\rho l}$.

Получаем: $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{4}$.

Ответ: ток уменьшится в 4 раза.

2. ЗАДАНИЕ №2 (10 баллов)

Три резистора сопротивлением R каждый соединены последовательно. Параллельно одному из них подключили резистор сопротивлением $R/2$. Как изменится общее сопротивление всей цепи?

Решение.

При последовательном соединении общее сопротивление равно

$$R_1 = R + R + R = 3R.$$

После подключения параллельно одному из сопротивлений резистора сопротивлением $R/2$, получим

$$R_2 = \frac{R \cdot R/2}{R + R/2} + R + R = \frac{R}{3} + 2R = \frac{7R}{3}.$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{7R}{3 \cdot 3R} = \frac{7}{9}.$$

Ответ. Сопротивление уменьшится в $9/7$ раза (в 1, 27 раза).

3. ЗАДАНИЕ № 3 (5 баллов)

Определить показания амперметра $I_{изм}$ пределом измерения 5А и количеством делений на шкале 100, если стрелка прибора отклонилась до деления 45.

Решение.

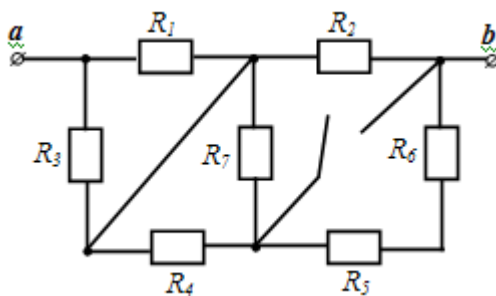
Цена деления прибора $c = \frac{I_{пред}}{100} = \frac{5}{100} = 0,05 \text{ A/дел}$. Тогда показания амперметра

$$I_{изм} = c \cdot 45 = 2,25 \text{ A}$$

Ответ: 2,25 А.

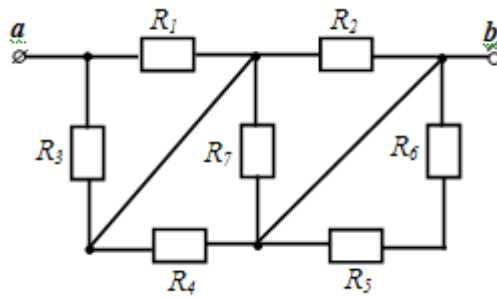
4. Задание № 4(20 баллов)

Определить R_{ab} при замкнутом и разомкнутом ключе. $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 10 \text{ Ом}$.

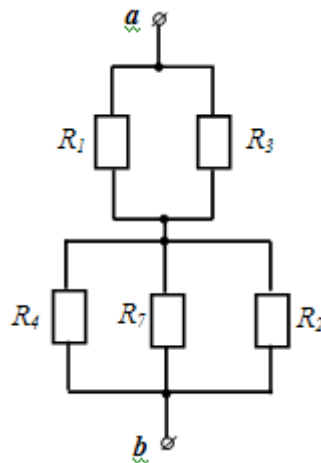


Решение.

а) При замкнутом ключе получим схему:



При этом сопротивления R_5 и R_6 из схемы исключены.
Оставшиеся сопротивления соединены по схеме

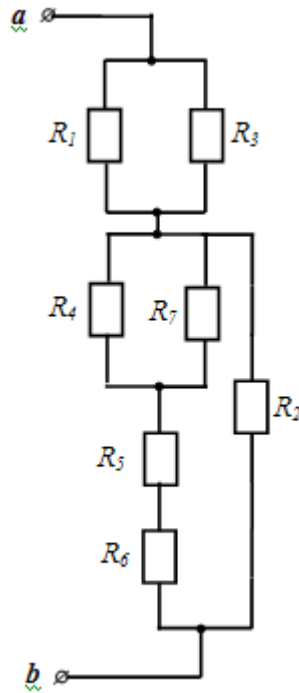


Получим $\frac{1}{R_{472}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$, См.

$$R_{472} = \frac{10}{3} = 3,33, \text{ Ом.}$$

$$R_{ab} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + R_{472} = 5 + 3,33 = 8,33 \text{ Ом.}$$

б) При разомкнутом ключе



$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом},$$

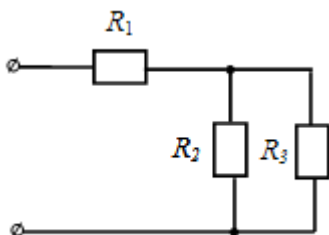
$$R_{47} = \frac{R_4 \cdot R_7}{R_4 + R_7} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ Ом},$$

$$R_{ab} = R_{13} + \frac{(R_{47} + R_5 + R_6) \cdot R_2}{(R_{47} + R_5 + R_6) + R_2} = 5 + \frac{(5 + 10 + 10) \cdot 10}{5 + 10 + 10 + 10} = 12,14 \text{ Ом}.$$

Ответ: а) при замкнутом ключе $R_{ab}=8,33 \text{ Ом}$; б) при разомкнутом ключе $R_{ab}=12,14 \text{ Ом}$.

5. Задание №5 (15 баллов)

Цепь, схема которой приведена на рисунке, имеет следующие параметры: $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 40 \text{ Ом}$. Определить мощность, поступающую в цепь, если известно, что в сопротивлении R_1 выделяется мощность $P_1 = 100 \text{ Вт}$.



Решение.

1. Мощность, рассеиваемая в сопротивлении R_1 :

$$P_1 = R_1 I_1^2.$$

Следовательно, ток в сопротивлении R_1

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \text{ A}.$$

2. Эквивалентное сопротивление всей цепи

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 1 + \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 9 \text{ Ом}.$$

3. Мощность, поступающая в цепь

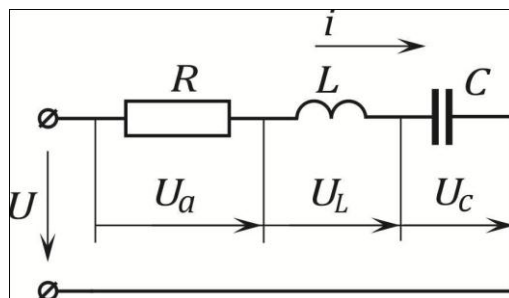
$$P = R I_1^2 = 9 \cdot 10^2 = 900 \text{ Вт}.$$

6. Задание №6 (25 баллов)

В однофазную цепь переменного тока последовательно включены активное $R = 6 \text{ Ом}$, индуктивное $X_L = 12 \text{ Ом}$ и емкостное $X_C = 4 \text{ Ом}$ сопротивления. Напряжение, подаваемое на цепь $U = 100 \text{ В}$. Изобразить схему цепи, найти ток и построить векторную диаграмму.

Решение.

Схема цепи имеет вид:



Сопротивление цепи $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{6^2 + (12 - 4)^2} = 10 \text{ Ом}.$

В соответствии с законом Ома, ток в цепи

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А}.$$

Для построения векторной диаграммы определим напряжения на активном $U_a = U_R$, индуктивном U_L и емкостном U_C сопротивлениях:

$$U_R = I \cdot R = 10 \cdot 6 = 60 \text{ В},$$

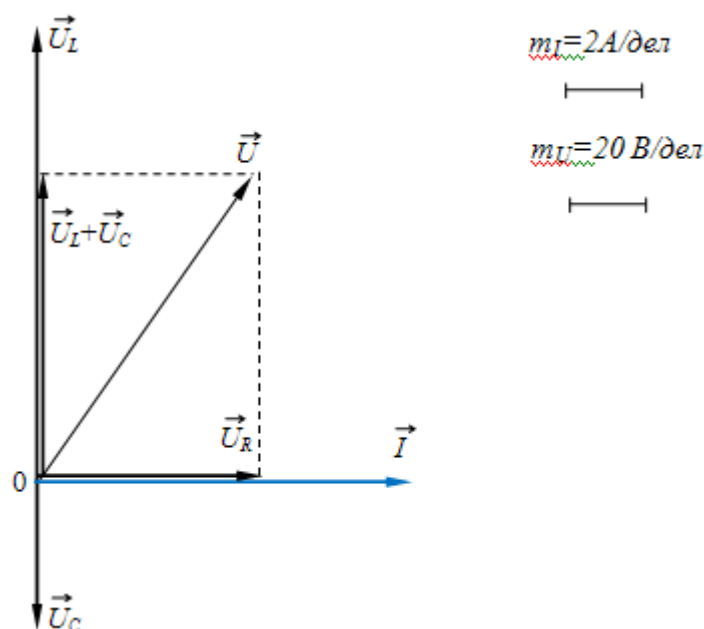
$$U_L = I \cdot X_L = 10 \cdot 12 = 120 \text{ В},$$

$$U_C = I \cdot X_C = 10 \cdot 4 = 40 \text{ В}.$$

Для построения векторной диаграммы выбираем масштаб по току

$m_I = 2 \text{ А/дел}$ и по напряжению $m_U = 20 \text{ В/дел}$.

Векторная диаграмма:



7. Задание № 7. (20 баллов)

Какая энергия (в процентах) теряется в линии электропередачи под напряжением 35 кВ при передаче мощности 1 МВт на расстояние 50 км по алюминиевым проводам с площадью поперечного сечения 25 мм^2 ? $\cos\varphi = 0,67$ (удельное электрическое сопротивление алюминия $2,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$).

Решение.

Потери энергии на нагревание проводов

$$Q = I^2 R t .$$

Мощность нагрузки $P = IU \cos \varphi$. Сопротивление двухпроводной линии

$$R = \frac{2\rho l}{S}.$$

Потеря мощности на проводах $\Delta P = \frac{Q}{t} = I^2 R$.

Поскольку $I = \frac{P}{U \cos \varphi}$, то

$$\Delta P = \frac{2\rho l P^2}{S U^2 \cos^2 \varphi}.$$

Потеря энергии (мощности) в процентах

$$\frac{\Delta P}{P} \cdot 100\% = \frac{2\rho l P^2}{S U^2 P \cos^2 \varphi} \cdot 100\% = \frac{2\rho l P}{S U^2 \cos^2 \varphi} \cdot 100\%.$$

Подставляем числовые значения

$$\frac{\Delta P}{P} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 2,7 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 10^6}{25 \cdot 10^{-6} \cdot 35^2 \cdot 10^6 \cdot 0,67^2} \cdot 100\% = 19,64 \approx 20\%.$$

Ответ: 20 %