

## Решения задач к олимпиаде «ЭлТех» 2016

### 1. ЗАДАНИЕ №1 (10 баллов)

Сколько параллельно включенных электрических лампочек, рассчитанных на 100 В и потребляющих мощность 50 Вт каждая, могут гореть полным накалом при питании их от аккумуляторной батареи с э.д.с. 120 В и внутренним сопротивлением 10 Ом?

**Решение.**

Ток  $I_1$ , потребляемый каждой лампой,

$$I_1 = \frac{P}{U},$$

где  $P$  – мощность одной лампы,  $U$  – напряжение лампы.

Сопротивление каждой лампы  $R_1 = \frac{U^2}{P}$ .

При параллельном соединении  $n$  ламп сопротивление внешней цепи будет

$R = \frac{R_1}{n} = \frac{U^2}{nP}$ . Для создания нормального накала ламп должна быть создана

сила тока  $I = nI_1 = \frac{nP}{U}$ .

Подставляя эти значения  $R$  и  $I$  в уравнение закона Ома для полной цепи, получим

$$E = I(R + r) = \frac{nP}{U} \left( \frac{U^2}{nP} + r \right).$$

Отсюда

$$n = \frac{(E - U)U}{rP}.$$

Подставляя числовые значения, получим

$$n = \frac{(120 - 100) \cdot 100}{50 \cdot 10} = 4.$$

$E$  – э.д.с. аккумуляторной батареи;  $r$  – внутреннее сопротивление аккумуляторной батареи.

Ответ: 4 лампы.

**Задача 2 (15 баллов).**

Внешняя цепь сопротивлением 0,3 Ом питается от 6 аккумуляторов, каждый из которых имеет э.д.с. 2 В и внутренне сопротивление 0,2 Ом. Аккумуляторы соединяются в отдельные группы последовательно и группы соединяются друг с другом параллельно. При каком способе соединения аккумуляторов в такие группы будет получена наибольшая сила тока в цепи? Каково будет наибольшее значение силы тока?

**Решение.**

Если в группе (в ветви) соединяются последовательно  $m$  аккумуляторов, то сопротивление и э.д.с. каждой группы будет  $r_{2p} = m r$ ,  $E_{2p} = m E$ , где  $r$  – внутреннее сопротивление одного аккумулятора,  $E$  – э.д.с. одного аккумулятора. Если общее число аккумуляторов  $N$ , то в батарее будет  $N/m$  групп и сопротивление и э.д.с. батареи будут равны  $r_{\text{бат}} = \frac{m^2 r}{N}$ ,  $E_{\text{бат}} = m E$ . Сила тока в цепи определится из уравнения закона Ома:

$$I = \frac{mE}{\frac{m^2 r}{N} + R} = \frac{NE}{m r + \frac{NR}{m}}.$$

$R$  – сопротивление внешней цепи. Сила тока  $I$  достигнет наибольшей величины при таком значении  $m$ , при котором знаменатель дроби будет наименьшим.

Найдем наименьшее значение знаменателя:  $(m r + \frac{NR}{m})' = r - \frac{NR}{m^2} = 0$ .

Отсюда наименьшему значению знаменателя и, следовательно, наибольшей силе тока в цепи будет соответствовать

$$m = \sqrt{\frac{NR}{r}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 0,3}{0,2}} = 3.$$

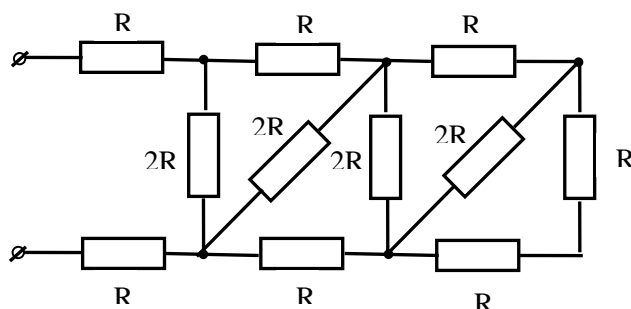
Так как всего 6 аккумуляторов, получим две соединенные параллельно группы, в каждой из которых по 3 последовательно включенных аккумулятора ( $m=3$ ).

Наибольшее значение тока  $I = \frac{NE}{m r + \frac{NR}{m}} = \frac{6 \cdot 2}{3 \cdot 0,2 + \frac{6 \cdot 0,3}{3}} = 10 \text{ A}$ .

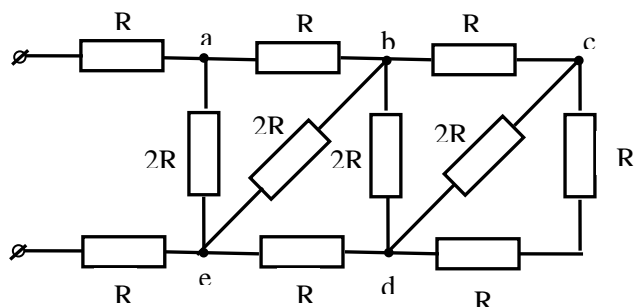
Ответ: в каждой группе должно быть  $m=3$  последовательно соединенных аккумулятора;  $I=10 \text{ A}$ .

**Задание 3 (15 баллов)**

Определить эквивалентное сопротивление цепи



**Решение.**



Применим метод свертывания.

Сопротивление участка cd :

$$R_{cd} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R.$$

Сопротивление участка bcd:

$$R_{bcd} = R + R_{cd} = R + R = 2R.$$

Сопротивление участка bd:

$$R_{bd} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R.$$

Сопротивление участка be:

$$R_{be} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R.$$

Сопротивление участка ae:

$$R_{ae} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R.$$

Общее сопротивление цепи  $R_{экв} = R + R + R = 3R$ .

Ответ:  $R_{экв} = 3R$ .

#### Задание 4 (10 баллов).

Определить ток лампы на 110 В, мощностью 60 Вт, подключенной к батарее 120 В. Внутреннее сопротивление батареи 60 Ом. Будет ли лампа гореть полным накалом?

#### Решение.

Ток лампы определим по закону Ома для полной цепи:

$I = \frac{E}{r + R}$ , где  $E = 120$  В – э.д.с. батареи;  $r = 60$  Ом – внутреннее сопротивление батареи,  $R$  – сопротивление лампы.

Определим сопротивление лампы

$$R = \frac{U^2}{P},$$

где  $U = 110$  В – напряжение лампы;  $P = 60$  Вт – мощность лампы.

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{110^2}{60} = 201,66 \text{ Ом.}$$

$$\text{Ток лампы } I = \frac{E}{r + R} = \frac{120}{60 + 201,66} = 0,458 \text{ А.}$$

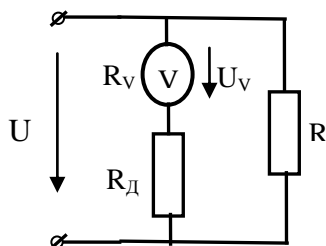
Для полного накала ток лампы должен быть  $I_n = \frac{P}{U} = \frac{60}{110} = 0,545 \text{ А.}$

Так как ток лампы  $I = 0,458 \text{ А}$  ниже тока, необходимого для полного накала лампы  $I_n = 0,545 \text{ А}$ , полным накалом лампа гореть не будет.

**Задание 5 (5 баллов).**

Вольтметр на 150 В, с внутренним сопротивлением 3000 Ом требуется включить в цепь постоянного тока с напряжением 450 В. Нарисовать схему включения и определить добавочное сопротивление.

Решение.



Ток через вольтметр

$$I = \frac{U_V}{R_V},$$

где  $U_V$  – напряжение вольтметра,  $R_V$  – внутреннее сопротивление вольтметра.

Этот же ток можно определить:

$$I = \frac{U}{R_V + R_D}, \text{ где } U \text{ – напряжение в цепи, } R_D \text{ – добавочное сопротивление.}$$

Следовательно 
$$\frac{U_V}{R_V} = \frac{U}{R_V + R_D}.$$

Отсюда получим 
$$R_D = R_V \frac{U - U_V}{U_V} = 3000 \frac{450 - 150}{150} = 6000 \text{ Ом}$$

Ответ: 6000 Ом.

**Задание 6 (20 баллов).**

При передаче электроэнергии на большое расстояние используется трансформатор, повышающий напряжение до 6 кВ, загруженный до номинальной мощности 1000 кВт. При этом разность показаний счетчиков электроэнергии, установленных на трансформаторной подстанции и в приемном пункте, увеличивается ежедневно на 216 кВт·ч. Во сколько раз необходимо повысить напряжение, чтобы потери электроэнергии не превышали 0,1%? ( $\cos\varphi \approx 1$ ).

**Решение.**

Разность показаний счетчиков увеличивается из-за потерь электроэнергии на нагревание подводящих проводов, имеющих сопротивление  $R$ . Пусть начальное напряжение источника равно  $U_1$  и ток в цепи равен  $I_1$ . В этом

случае мощность потерь  $P_1 = I_1^2 R$ , причем  $I_1 = \frac{P}{U_1}$ , где  $P=1000$  кВт, пол-

ная мощность, отдаваемая трансформатором. Мощность  $P_1$  можно выразить через разность показаний счетчиков  $W_1$  и  $W_2$ :

$P_1 = \frac{(W_1 - W_2)}{t} = \frac{\Delta W}{t}$ , где  $t=24$  часа – время, за которое разность показаний

увеличивается на  $\Delta W$ . При повышении напряжения до  $U_2$  и токе в цепи  $I_2$

имеем мощность потерь  $P_2 = I_2^2 R$ , причем  $I_2 = \frac{P}{U_2}$ . Система уравнений

приводит к соотношению  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{U_1^2}{U_2^2}$ . Учитывая, что  $P_2 = 10^{-3} P$ , получим

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\Delta W}{10^{-3} P t}} = \sqrt{\frac{216 \cdot 10^3}{10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 24}} = 3.$$

Ответ: напряжение необходимо повысить в 3 раза.

**Задание 7 (25 баллов).**

При дуговой электросварке на переменном токе дуга развивает мощность  $P_d = 600$  Вт при потребляемом токе  $I = 20$  А (рис.). Напряжение источника питания  $U = 120$  В, частота тока  $f = 50$  Гц. Для уменьшения напряжения дуги включена катушка индуктивности, активное сопротивление которой  $R_k = 10$  Ом. Найти индуктивность  $L$  катушки, величину активного  $R$  сопротивления, которое могло бы эту катушку заменить, коэффициент мощности  $\cos\varphi$ , а также КПД  $\eta$  установки при наличии активного сопротивления, заменяющего катушку. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

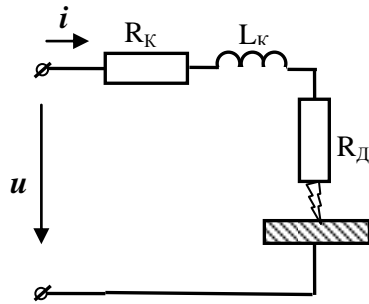


Рисунок к задаче 7.

**Решение.**

Сопротивление электрической дуги:

$$R_D = \frac{P_D}{I^2} = \frac{600}{20^2} = 1,5 \text{ Ом}.$$

Активная мощность электрической цепи:

$$P = P_D + I^2 R_K = 600 + 20^2 \cdot 1 = 1000 \text{ Вт};$$

коэффициент мощности:

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{1000}{120 \cdot 20} = 0,417 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление цепи:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{120}{20} = 6 \text{ Ом};$$

индуктивное сопротивление:

$$X_L = X_K = \sqrt{Z^2 - (R_K + R_D)^2} = \sqrt{6^2 - (1 + 1,5)^2} = 5,46 \text{ Ом}.$$

Индуктивность катушки:

$$L_K = \frac{X_K}{\omega} = \frac{X_K}{2\pi f} = \frac{5,46}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,0173 \text{ Гн} = 17,3 \text{ мГн}.$$

Напряжение дуги:

$$U_D = I \cdot R_D = 20 \cdot 1,5 = 30 \text{ В}.$$

Значение эквивалентного активного сопротивления, заменяющего катушку:

$$R_{\text{экв}} = \frac{U - U_D}{I} = \frac{120 - 30}{20} = 4,5 \text{ Ом}.$$

КПД установки при наличии катушки:

$$\eta = \frac{P_D}{P} = \frac{600}{1000} = 0,6 \text{ (при } \cos \varphi = 0,417).$$

КПД установки при наличии эквивалентного активного сопротивления:

$$\eta = \frac{P_D}{P_D + I^2(R_{\text{экв}} + R_D)} = \frac{600}{600 + 20^2(4,5 + 1)} = \frac{600}{2800} = 0,215 \text{ (при } \cos \varphi = 1).$$

Падение напряжения на активном сопротивлении катушки:

$$U_{R_K} = R_K \cdot I = 1 \cdot 20 = 20 \text{ В};$$

на индуктивном сопротивлении катушки:

$$U_{L_K} = X_K \cdot I = 5,46 \cdot 20 = 109,2 \text{ В};$$

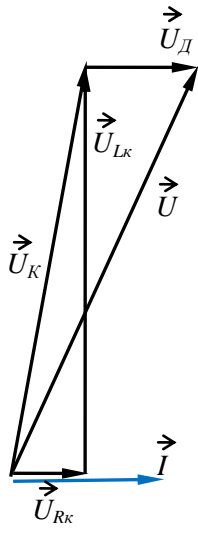
$$\text{на всей катушке } U_K = \sqrt{U_{R_K}^2 + U_{L_K}^2} = \sqrt{20^2 + 109,2^2} = 111 \text{ В}.$$

Напряжение источника питания:

$$U = \sqrt{(U_{R_K} + U_D)^2 + U_{L_K}^2} = \sqrt{(20 + 30)^2 + 109,2^2} = 120 \text{ В}.$$



Векторная диаграмма:



$$m_I = 10 \text{ A/дел}$$



$$m_U = 20 \text{ B/дел}$$

